

MEDICIÓN DE LA  
DISTRIBUCIÓN DEL  
DESARROLLO HUMANO:  
METODOLOGÍA  
Y SU APLICACIÓN  
AL CASO DE MÉXICO

---

James E. Foster  
Luis F. López-Calva  
Miguel Székely

# MEDICIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DEL DESARROLLO HUMANO: METODOLOGÍA Y SU APLICACIÓN AL CASO DE MÉXICO

---

**James E. Foster**  
**Luis F. López-Calva**  
**Miguel Székely\***

\* James E. Foster es Director del Programa de Graduados de Desarrollo Económico, Departamento de Economía, Universidad de Vanderbilt, Nashville, TN, EU. Luis F. López-Calva es Profesor asociado de Economía en la Universidad de las Américas, Puebla. Miguel Székely es Subsecretario de Prospectiva, Planeación y Evaluación de la Secretaría de Desarrollo Social de México. Los autores agradecen la excelente asistencia en investigación de Ericka Rascón. Este documento es una traducción del documento original "Measuring the Distribution of Human Development: Methodology and Application to Mexico". La traducción al Español fue realizada por Claudia Nateras. Las opiniones expresadas en este trabajo son de los autores y no necesariamente reflejan el punto de vista de las instituciones a las cuales pertenecen. Este documento está basado en un trabajo de investigación realizado para el primer Informe de Desarrollo Humano de México, realizado por el PNUD. Agradecemos los comentarios de Francois Bourguignon, Carlos Maldonado, Rodolfo de la Torre, y John Scott, así como los de los participantes en la Conferencia sobre Desigualdad, Desarrollo Humano y Bienestar en WIDER, el Instituto de Desarrollo de verano IPD en la Universidad de las Américas, Puebla, y en las Series de Seminarios en SEDESOL, y el ITAM, en México.

Lic. Josefina Vázquez Mota  
*Secretaría de Desarrollo Social*

Lic. Antonio Sánchez Díaz de Rivera  
*Subsecretario de Desarrollo Social y Humano*

Dr. Rodolfo Tuirán Gutiérrez  
*Subsecretario de Desarrollo Urbano y Ordenación del Territorio*

Dr. Miguel Székely Pardo  
*Subsecretario de Prospectiva, Planeación y Evaluación*

Lic. Julio Castellanos Ramírez  
*Oficial Mayor*

Mtro. Daniel Hernández Franco  
*Coordinador de Asesores*

Lic. Eduardo Bravo Esqueda  
*Coordinador de Delegaciones*

Abelardo Martín Miranda  
*Jefe de la Unidad de Comunicación Social*

2004  
Secretaría de Desarrollo Social

*“Medición de la distribución del desarrollo humano: metodología y su aplicación al caso de México”*

Serie: *Documentos de Investigación*, 11

ISBN: 968-838-547-3

Dr. Gonzalo Hernández Licona  
*Coordinador de la serie*

Emiliano Pérez Cruz  
*Coordinación editorial*

Martha González  
*Formación editorial*

© Secretaría de Desarrollo Social  
Paseo de la Reforma 116  
Col. Juárez, C.P. 06600  
México, D.F.

Impreso en México / *Printed in Mexico*

*Se autoriza la reproducción del material contenido en esta obra citando la fuente.  
Los conceptos y opiniones expresados en el presente documento representan únicamente el punto de vista de los autores;  
no reflejan necesariamente la visión de la Secretaría de Desarrollo Social ni la de las instituciones a las que pertenecen.*

# Contenido

Resumen .....	5
1 Introducción .....	7
2 Axiomas para la Medición del Desarrollo Humano .....	10
2.1 El Marco .....	10
2.2 Propiedades Básicas .....	11
2.2 Consistencia de Subgrupos .....	14
3 Desigualdad y Desarrollo Humano .....	15
3.1 Desigualdad en Una Dimensión .....	15
3.2 Bienestar en Una Dimensión .....	17
3.3 El Principio de Transferencia de Kolm .....	19
3.4 El índice Hicks .....	19
4 Una Nueva Clase de índices de Desarrollo Humano .....	22
4.1 Los índices He .....	23
4.2 Propiedades e Interpretaciones .....	24
5 Ilustración Empírica .....	27
5.1 La Información .....	27
5.2 Resultados Empíricos .....	29
Conclusiones .....	35
Referencias .....	37



## Resumen

El índice de Desarrollo Humano (IDH) supera al PIB per cápita como un indicador del desarrollo a través de la incorporación de información en materia de salud y educación. Sin embargo, como su predecesor, no es capaz de informar sobre la desigualdad con la que los beneficios del desarrollo son distribuidos entre la población. El trabajo de Anand y Sen (1993) y Hicks (1997) ha llevado a una útil medida de desarrollo humano sensible a la distribución, pero a costa de la propiedad clave del IDH, que consiste en asegurar la congruencia entre los análisis regional y agregado. Este trabajo presenta una nueva clase paramétrica de índices de desarrollo humano que incluyen al IDH original, así como una familia de índices sensibles a la distribución que satisfacen todas las propiedades básicas para un índice de desarrollo humano. Utilizando la información del Censo Mexicano de Población del año 2000, se muestra una aplicación empírica de la metodología y se analiza la distribución del desarrollo humano a nivel tanto nacional, como de los estados de México.

**Palabras clave:** Desarrollo Humano, Bienestar, Desigualdad, Medias Generalizadas  
**Códigos JEL:** I30, I32, O10

Mayo, 2004



# 1 Introducción

Desde su introducción en 1990, el índice de Desarrollo Humano (IDH) se ha convertido en un indicador de desarrollo nacional y regional bien establecido, y es una de las pocas medidas multidimensionales de bienestar ampliamente utilizada. La publicación anual del Informe de Desarrollo Humano con su clasificación del IDH por país es un acontecimiento esperado que recibe interés por parte de los medios de comunicación y una gran respuesta del público. Además, 135 países alrededor del mundo han hecho informes nacionales empleando la misma metodología y actualmente existen varios casos en donde el indicador es utilizado para la distribución de recursos entre estados y municipios.<sup>1</sup>

¿Qué explica la popularidad del IDH? Hay una conciencia general y compartida entre los economistas y los hacedores de política de que el desarrollo no es simplemente crecimiento del ingreso. El ingreso, es definitivamente, un importante producto intermedio del desarrollo; sin embargo, como se enfatiza en Sen (1999), se debe prestar atención a otros logros como la educación y la salud que están estrechamente relacionados con las opciones de vida al alcance de la gente. Esto es precisamente lo que el IDH incluye en su proceso de evaluación.

La sencillez también es importante en el éxito del IDH. Éste combina 3 componentes intuitivos: las condiciones de salud (determinadas por la esperanza de vida al nacer), la obtención de educación (medida por el alfabetismo y por las tasas de asistencia escolar), y el ingreso (representado por el logaritmo del PIB per cápita). Los tres promedios poblacionales son normalizados para obtener valores entre cero y uno, y después se promedian nuevamente para obtener el nivel general de desarrollo humano. El valor del índice oscila entre cero y uno, y permite una fácil evaluación a través del tiempo y el espacio. En suma, la disponibilidad generalizada de información sobre los tres componentes ha significado que puede ser fácilmente calculado a niveles nacionales y regionales.<sup>2</sup>

Como la metodología de cualquier índice práctico, la del IDH implica muchos supuestos y decisiones, y esto a su vez ha generado dudas en muchos niveles. La primera, concierne a la selección del “espacio” para evaluar el desarrollo humano. ¿Por

<sup>1</sup> Véanse, como ejemplo, los Informes Nacionales de Desarrollo Humano de Brasil y Egipto.

<sup>2</sup> La información sobre la esperanza de vida no está siempre disponible, especialmente a niveles de estados o municipios. Por lo tanto, los reportes nacionales comúnmente utilizan la mortalidad infantil o las tasas de supervivencia como una aproximación.



qué el índice debe basarse sólo en tres dimensiones? Ciertamente hay muchas otras categorías de logros que son importantes para el desarrollo humano. Y si sólo se van a seleccionar tres, ¿por qué las opciones deben de ser ingreso, educación y salud?<sup>3</sup> Una segunda preocupación se refiere a la manera en que las variables son transformadas y normalizadas para caer dentro de un rango de cero a uno. La variable de ingreso es transformada usando una función logarítmica. ¿Es apropiada esta transformación? Los límites específicos utilizados en el procedimiento de normalización se han limitado a ser arbitrarios y aún así determinan, implícitamente, el peso de las variables en cuestión.<sup>4</sup>

Mientras que éstas son preguntas definitivamente importantes y merecedoras de un mayor estudio, este documento analiza un tercer aspecto problemático del IDH: el método de agregación que usualmente combina la información dentro de un índice general de desarrollo humano. El procedimiento actual para promediar, dentro y luego a través de las distintas dimensiones, puede ser criticado en varios aspectos, y el principal de ellos es el hecho de que el IDH ignora la distribución del desarrollo humano entre las personas.<sup>5</sup> Simplemente, no distingue si los beneficios del desarrollo están alcanzando a todos los estratos de la sociedad, o si están concentrados entre algunos pocos afortunados. En países con bajos niveles de desigualdad, esto podría no ser un aspecto tan importante, ya que el mismo IDH sería altamente representativo de las condiciones de la población. Sin embargo, en presencia de desigualdad, un nivel dado del IDH puede ocultar grandes variaciones en los logros entre la población, con muy altos niveles de ingreso, educación y salud para algunos, y bajos valores de los mismos indicadores para otros. El IDH supera al ingreso per cápita debido a la inclusión de dimensiones adicionales de desarrollo; pero no es más informativo que su predecesor en materia de distribución.<sup>6</sup>

Hicks (1997) propuso un IDH sensible a la distribución que emplea el estándar de bienestar de Sen para evaluar cada dimensión del desarrollo, y después promedia entre las dimensiones utilizando la media.<sup>7</sup> Basado en el bien conocido coeficiente de desigualdad de Gini, el estándar de bienestar de Sen satisface muchas de las propie-

<sup>3</sup> Por ejemplo, uno puede argumentar que el conjunto de dimensiones relevantes debe incluir información sobre las libertades humanas (véase Kelley (1991), y Anand y Sen, 1994). Un reciente estudio empírico que incluye más dimensiones es Brandolini y D'Alessio (1998).

<sup>4</sup> Véase Kelley (1991) y Srinivasan (1994) para discusiones de este asunto.

<sup>5</sup> Véase, para ejemplo Kelley (1991), Srinivasan (1994), Anand y Sen (1994), Streeten (1994), Hicks (1997), y Ravallion (1997).

<sup>6</sup> Para ser justos, debemos mencionar que las preocupaciones distributivas se han discutido desde la introducción del IDH, especialmente en referencia al componente de ingreso. Véase Anand y Sen (2000).

<sup>7</sup> El estándar de bienestar de Sen es la media del ingreso descontado por el nivel de desigualdad, tal y como es medido por el coeficiente de Gini. Véase la sección 3.2.

dades clave para medidas de bienestar y tiene una relación intuitiva con la curva de Lorenz generalizada de Shorrocks (1983). Sin embargo, no satisface la consistencia de subgrupos debido a que es posible que el bienestar se eleve en una región y permanezca fijo en otra, mientras que el bienestar general cae.<sup>8</sup> El índice de desarrollo sensible a la distribución, hereda esta característica, haciéndolo menos que ideal para un análisis regional y desagregado del desarrollo humano. En el estado actual de la literatura, parece haber una disyuntiva entre la sensibilidad hacia la distribución y la consistencia de subgrupos.

Este trabajo presenta una nueva clase de índices de desarrollo humano sensible a la distribución, basados en generalizaciones de la media aritmética, llamada medias generalizadas.<sup>9</sup> Los nuevos índices de desarrollo humano satisfacen todas las propiedades básicas, incluyendo la consistencia de subgrupos y por ende son apropiados para un análisis regional del desarrollo humano. Ilustramos la metodología utilizando la información del Censo Mexicano de Población del año 2000.

La sección 2 de este documento comienza estableciendo el marco para evaluar el desarrollo humano y define el número de propiedades que un índice de desarrollo humano debe satisfacer. La sección 3 revisa el trabajo relevante uni y multidimensional sobre desigualdad, y presenta la medida sensible a la distribución de Hicks. La sección 4, propone la nueva clase de índices que satisfacen todas las propiedades deseables de un IDH y al mismo tiempo son sensibles a la distribución. La sección 5 implementa dicha metodología utilizando información sobre México. La sección 6 ofrece algunos comentarios finales.

<sup>8</sup> Una discusión general sobre la consistencia a nivel de subgrupo se puede encontrar en Foster y Sen (1997), en la sección 2.2.

<sup>9</sup> Véase Hardy, Littlewood y Pólya (1952) ó Atkinson (1970), para ejemplo.

## 2 Axiomas para la Medición del Desarrollo Humano

Ahora describiremos el marco multidimensional dentro del cual será medido el desarrollo humano. Hay tres grandes pasos para la medición del desarrollo humano de una población dada. El primero, es identificar las dimensiones o “espacios” clave del desarrollo humano. El segundo, consiste en encontrar o construir variables a partir de información del mundo real para representar logros en las distintas dimensiones, y para ajustarlas y normalizarlas con propósitos comparativos. El tercero, es agregar las variables ya normalizadas en un indicador general de desarrollo humano. Como se discutió anteriormente, hay retos significativos asociados con la consecución satisfactoria de los pasos uno y dos. Sin embargo, nuestro enfoque aquí se centrará en el paso relativo a la agregación y, más específicamente, en cómo la desigualdad puede ser incluida en el proceso.

### 2.1 El Marco

Asumimos que tenemos información sobre tres dimensiones del desarrollo- ingreso, educación y salud- para una población de  $n$  unidades o personas. La información ha sido transformada y normalizada de acuerdo a la convención usualmente empleada en este ejercicio, lo que da como resultado 3 distribuciones con valores positivos, es decir la distribución de ingreso  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , la distribución de la educación  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ , la distribución de la salud  $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ . Normalmente, se espera que los valores oscilen entre cero y uno. Sin embargo, dependiendo del nivel de desagregación, es posible que las observaciones individuales excedan el nivel superior establecido para una variable, en cuyo caso el valor correspondiente en el vector excederá a 1. Usamos el símbolo  $\mu(x)$  para denotar la media (aritmética), o ingreso per cápita de una distribución dada de ingreso  $x$ , que tiene la fórmula usual  $\mu(x) = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$ . Definiciones análogas se aplican en  $y$  y  $z$ .

Estas tres dimensiones del desarrollo pueden ser representadas simultáneamente en una matriz de datos con dimensión de  $3 \times n$  denominada  $D$  cuya primera fila es el vector  $x$ , cuya segunda fila es  $y$ , y en donde la tercera fila es  $z$ . Para una población fija  $n \geq 1$ , el dominio considerado es por lo tanto, el conjunto de todas las matrices  $3 \times n$ , que serán denotados aquí como  $\mathcal{D}_n$ . Debido a que los países varían en tamaño, debemos permitir una  $n$  arbitraria, para que  $\mathcal{D} = \bigcup_n \mathcal{D}_n$  sea el dominio general del índice. A continuación, a veces combinaremos dos matrices, digamos  $D$  en  $\mathcal{D}_n$  y  $D'$  en  $\mathcal{D}_n$ , para

obtener una nueva matriz  $\mathcal{D}_{n+n}$ . Para facilitar la notación utilizaremos  $(D, D')$  para denotar la matriz en donde las primeras  $n$  columnas hacen  $D$  y donde las últimas  $n$  columnas forman  $D'$ .

Un índice de Desarrollo Humano es una función  $F: \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{R}$  del conjunto  $\mathcal{D}$  de matrices hacia los números reales  $\mathcal{R}$ , en donde  $F(D)$  se interpreta como el nivel de desarrollo asociado con la matriz  $D$  en  $\mathcal{D}$ . El índice de desarrollo humano tradicional, que denotamos como  $H$ , puede formalmente definirse como la “media de medias”

$$H(D) = \mu[\mu(x), \mu(y), \mu(z)],$$

en donde  $(x)$ ,  $(y)$  y  $(z)$  son las respectivas columnas de  $D$ . En otras palabras, para construir el índice de desarrollo humano usual, se debe encontrar el logro promedio para cada una de las dimensiones de desarrollo, y después promediar a través de las dimensiones.<sup>10</sup>

De forma equivalente, uno primero podría agregar entre las dimensiones a nivel individual, para obtener el nivel  $i$  de desarrollo por persona,  $h_i = \mu(x_i, y_i, z_i)$  y la distribución personal correspondiente  $h = (h_1, h_2, \dots, h_n)$  de desarrollo humano. Entonces, el índice general de desarrollo humano es simplemente  $H(D) = \mu(h_1, h_2, \dots, h_n)$ , es decir el nivel medio del desarrollo humano individual entre todas las personas.<sup>11</sup> Finalmente, uno puede tener una perspectiva más directa extendiendo la definición de la media aritmética a las matrices, para que  $\mu(D) = \sum_i (x_i + y_i + z_i) / (3n)$  para  $D$  en  $\mathcal{D}_n$ . Entonces,  $H(D) = \mu(D)$ , la media aritmética de todas las entradas en la matriz  $D$ .

## 2.2 Propiedades Básicas

¿Qué propiedades debe satisfacer un índice general de desarrollo humano? El índice tradicional satisface una colección de propiedades intuitivas que pueden ser vistas como un conjunto básico de propiedades para los índices de desarrollo humano. Estas propiedades serán ahora presentadas y discutidas. En las definiciones subsiguientes,  $A$  y  $B$  se toman como matrices en  $\mathcal{D}$ .

La primera propiedad establece restricciones en el peso relativo que el índice atribuye a las tres dimensiones de desarrollo. Decimos que  $B$  se obtiene de  $A$  mediante una *permutación dimensional*, si hay una matriz  $P$  de permutación  $3 \times 3$  tal que  $B = PA$ . Una matriz de permutación tiene el efecto de reordenar las filas de la matriz, tal y

<sup>10</sup> En la práctica, las tres variables se pueden tomar de diferentes muestras poblacionales. Véase la Sección 5.1.

<sup>11</sup> En otras palabras, el mismo nivel de desarrollo es obtenido independientemente del orden de agregación. Como se verá más adelante, una generalización propuesta recientemente no tiene esta característica, y puede ser criticada por basarse en un orden de agregación arbitrario.

como ocurriría si la distribución de la educación fuera reemplazada por la distribución del ingreso, y viceversa.<sup>12</sup> Se dice que  $F$  es *simétrica en dimensiones* si  $F(B) = F(A)$  siempre que  $B$  sea obtenida de  $A$  por medio de una permutación dimensional. Bajo esta propiedad, cada dimensión del desarrollo humano es tomada por  $F$  como igualmente importante, eliminando así la posibilidad de que  $F$  trate de manera diferente a las tres dimensiones como, por ejemplo, que el ingreso reciba un mayor énfasis que la educación.

La siguiente propiedad requiere de una forma análoga a la simetría. Decimos que  $B$  se obtiene de  $A$  mediante una *permutación posicional* si hay una matriz  $Q$  de permutación  $n \times n$  tal que  $B = AQ$ . La matriz de permutación tiene el efecto de reasignar los niveles de desarrollo entre las personas tal y como ocurriría si, digamos, los niveles del ingreso, de educación y salud de la primer persona fueran reemplazados por los niveles respectivos de ingreso, educación y salud de la segunda persona, y viceversa. Se dice que  $F$  es *simétrica en personas* si  $F(B) = F(A)$  siempre que  $B$  sea obtenida de  $A$  mediante una permutación posicional. Esta propiedad requiere que la medida trate a las personas simétricamente para que el nivel general de desarrollo se mantenga inalterado siempre que dos personas intercambien sus respectivos niveles de ingreso, educación y salud.

En la práctica, es importante ser capaces de comparar los niveles de desarrollo para países o regiones con diferentes tamaños de población. La siguiente propiedad provee una manera para asegurar evaluaciones coherentes para poblaciones con diferente tamaño. Decimos que  $B$  se obtiene de  $A$  mediante una *replicación* si  $B = (A, A, \dots, A)$  ( $k$  veces) para algunos  $k \geq 2$ . Cuando  $A$  es replicada para obtener  $B$ , cada persona y por lo mismo, cada columna en  $A$  es “clonada”  $k$  veces. Se dice que  $F$  es *de replicación invariante* si  $F(B) = F(A)$  siempre que  $B$  sea obtenida de  $A$  por medio de una replicación. Esta propiedad asegura esencialmente que  $F$  adopte una interpretación per cápita de desarrollo.

Un índice de desarrollo humano agregado debería ser sensible a los incrementos en los logros individuales, y ésta es la intención de la siguiente propiedad básica. Decimos que  $B$  se obtiene de  $A$  *por incremento simple* si la matriz  $B-A$  es no-negativa con un estricto valor positivo. Se dice que  $F$  es *monotónica* si  $F(B) > F(A)$  siempre que  $B$  es obtenida de  $A$  por medio de un incremento simple. En otras palabras, la medida del desarrollo humano es monotónica si se va incrementando en cada componente de  $A$ .

Además, hay tres propiedades satisfechas por el índice usual de desarrollo humano que son más técnicas en naturaleza, pero que agregan mucho a su habilidad

<sup>12</sup> De manera más formal, una matriz de permutación es una matriz de dimensión  $n \times n$  tal que cada fila y cada columna contiene un “1” y el resto son “0”.

de transmitir información. Decimos que  $F$  es *linealmente homogénea* si  $F(B) = \alpha F(A)$  siempre que  $B = \alpha A$  para cualquier  $\alpha > 0$ . Esta propiedad vincula el nivel de desarrollo a las dimensiones individuales de tal manera que si todos los valores de un vector fueran cortados a la mitad, el nivel general de desarrollo sería cortado a la mitad. Decimos que  $F$  es *normalizado* si  $F(A) = 1/2$ , siempre que todos los valores en  $A$  sean  $1/2$ . Cuando se combina con la homogeneidad lineal, la normalización asegura que siempre que todos tengan el mismo nivel  $\beta$  en todas las dimensiones,  $F$  debe ser  $\beta$  también. Finalmente, decimos que  $F$  es *continua* si su restricción en  $\mathcal{D}_n$  es una función continua. Esta propiedad asegura que los pequeños cambios en el vector sean asociados con pequeños cambios en el valor de la función  $F$ .

Las tres propiedades de simetría en la población, invariancia de replicación y monotonía son completamente análogas a las propiedades estándar de las funciones de bienestar de una sola dimensión y comparten las mismas justificaciones.<sup>13</sup> La homogeneidad lineal y la normalización son similares a las propiedades características de los estándares de vida en espacio de ingreso, como la media, la mediana y la bien conocida equivalencia de distribución o la función de ingreso representativa.<sup>14</sup> El contexto multidimensional asegura que el desarrollo agregado sea medido dentro del mismo espacio como cada una de las dimensiones del desarrollo. La simetría en las dimensiones asegura que el índice de desarrollo humano agregado dé a cada variable de desarrollo normalizada un peso igual. Sin embargo, se debe notar, que esta interpretación depende mucho del paso a la normalización para asegurar que en efecto las tres variables sean proporcionales.<sup>15</sup>

Es fácil demostrar que el índice de desarrollo humano tradicional  $H$  satisface estas propiedades básicas. Para empezar, cualquier forma de permutación deja sin cambios a la media aritmética de las entradas de  $D$ , y por lo tanto de  $H$ . De manera subsecuente,  $H$  satisface la simetría de dimensión y la simetría en personas. La invariancia de replicación se deduce de la naturaleza per cápita de  $H$ . Un incremento en una sola entrada de  $D$  eleva el promedio, implicando que  $H$  es monótona. Las propiedades de homogeneidad lineal, normalización y continuidad se deducen inmediatamente de la linealidad y de otras propiedades básicas de la media aritmética. Por consiguiente, el índice de desarrollo humano estándar  $H$ , satisface cada una de las propiedades básicas, antes mencionadas.

<sup>13</sup> Véase Foster y Sen (1997) quienes discuten las versiones unidimensionales de las propiedades.

<sup>14</sup> La noción de un ingreso representativo se debe a Kolm (1969) y Atkinson (1970). Las propiedades para dichas funciones son discutidas en Foster y Shneyerov (2000) y Foster y Székely (2002).

<sup>15</sup> Por ejemplo, expandir el límite superior en la construcción de la versión normalizada de la variable, disminuye el peso efectivo en esa variable.

## 2.2 Consistencia de Subgrupos

La propiedad final que consideramos aquí tiene sus raíces en consideraciones muy prácticas. Supongamos que el nivel medido de desarrollo humano cambia para un subgrupo de población y permanece el mismo nivel para su complemento (con los dos tamaños de población de los subgrupos manteniéndose sin cambios). Es bastante natural esperar que la dirección del cambio, en el nivel general de desarrollo humano, sea consistente con la dirección del cambio para el subgrupo. Si éste no fuera el caso, entonces podría ocurrir un conflicto potencial entre, digamos, los esfuerzos nacionales y locales para incrementar el desarrollo humano, lo cual a su vez levantaría dudas en cuanto a la relevancia política del índice.

Se dice que un índice de desarrollo humano  $F$  posee *consistencia de subgrupos* si, para cada  $A$  y  $A'$  en  $\mathcal{D}_n$  y cada  $B$  y  $B'$  en  $\mathcal{D}_n$ , tenemos  $F(B, B') > F(A, A')$  siempre que  $F(B) = F(A)$  y  $F(B') > F(A')$ . En otras palabras, un índice con consistencia de subgrupos es uno para el que un cambio *ceteris paribus* en desarrollo dentro de un subgrupo de población, se asocia con un cambio correspondiente para la población como un todo. Esta propiedad es útil para generar “perfiles” consistentes de desarrollo humano y para formular estrategias de focalización.<sup>16</sup>

En el caso de  $H$ , si el nivel medio de desarrollo de un subgrupo se eleva mientras que la media para el subgrupo restante no cambia (con tamaños fijos de población de los subgrupos), entonces, debido a que el nivel medio de desarrollo es un promedio ponderado de las medias de los subgrupos (con pesos compartidos de población), el nivel general se deberá elevar. Por lo tanto, el índice de desarrollo humano estándar posee consistencia de subgrupos.

<sup>16</sup> La propiedad puede ser fácilmente extendida a números arbitrarios de subgrupos mediante una aplicación repetida. Anand y Sen (1994) discuten brevemente la adaptabilidad de la consistencia de subgrupo en el contexto del IDH y aclaran que cuando la información a nivel individual no es independiente de los grupos de personas, esto puede evitar que la propiedad sea utilizada en la práctica.

## 3 Desigualdad y Desarrollo Humano

La justificación para incluir consideraciones de desigualdad en la evaluación del desarrollo humano ha sido ampliamente abordada en la literatura relevante, y retoma la crítica bien conocida del PIB per cápita como indicador de bienestar social.<sup>17</sup> Pero exactamente ¿cómo debe una medida de desarrollo humano tomar en cuenta la desigualdad y entre quiénes? ¿Existen herramientas en la literatura existente que puedan ayudar a construir un índice de desarrollo humano sensible a la distribución? Para ayudar a contestar estas preguntas, haremos una breve disgresión para explorar las medidas tradicionales de desigualdad y bienestar, en el contexto de una sola variable.

### 3.1 Desigualdad en Una Dimensión

Empecemos con algunas definiciones básicas de la medida de desigualdad en una sola variable, como el ingreso. Como antes,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  denotará la distribución del ingreso bajo consideración. Un índice de desigualdad  $I$ , es una función del conjunto de todas las distribuciones de ingreso (con tamaño de población arbitrario) en números reales, en donde  $I(x)$  es el nivel de desigualdad asociado con la distribución de ingreso  $x$ . Nótese que debido a su propia definición, un índice de desigualdad provee una clasificación completa de las distribuciones de ingreso; en otras palabras, siempre puede comparar distribuciones, independientemente de lo no-intuitiva o ambigua que pueda ser la comparación en particular.

Se espera que los índices de desigualdad satisfagan una serie de propiedades básicas no muy diferentes a las descritas anteriormente para los índices de desarrollo humano. Propiamente redefinidas, la *simetría* y la *invariancia de replicación* son dos de los requerimientos fundamentales. Una diferencia clave, sin embargo, es que los índices de desigualdad no son monotónicos, sino que en vez de ello satisfacen una propiedad de invariancia que vincula las distribuciones de diferentes cantidades totales de ingreso. La propiedad usual de este tipo es la *invariancia de escala*:  $I$  permanece sin cambios debido a un aumento o reducción proporcional de todos los ingresos. Esta propiedad asegura que la medida resultante evalúe la desigualdad relativa dentro de la distribución, independientemente de la cantidad total de ingreso.

<sup>17</sup> Véase Anand y Sen (1994), Hicks (1997), y Sen (1997).



A estas tres propiedades, se agrega la característica distintiva de las medidas de desigualdad: el principio de transferencia. Supongamos que  $x$  y  $x'$  tienen el mismo tamaño de población y la misma media de ingreso. Decimos que  $x'$  es obtenida de  $x$  a través de una transferencia progresiva si existen personas  $i$  y  $j$  con  $x_i < x_j$  tales que  $x'_i < x'_j$  y  $x'_j < x_j$  con  $x_k = x'_k$  para todas las  $k=i, j$ . En otras palabras, una persona más rica ( $j$ ) transfiere ingreso a otra persona más pobre ( $i$ ) de tal manera que después de la transferencia los ingresos se acercan más que antes. I satisface el *principio de transferencia* si  $I(x') < I(x)$  siempre que  $x'$  sea obtenida de  $x$  mediante una transferencia progresiva.<sup>18</sup> Las cuatro propiedades básicas son equivalentes a la *consistencia de Lorenz*, que requiere que la medida de desigualdad siga el bien conocido criterio de Lorenz, cuando éste aplica.<sup>19</sup>

Un amplio rango de medidas de desigualdad satisfacen estas propiedades básicas. Un conocido ejemplo es el coeficiente de Gini  $G(x)$ , que puede ser interpretado como el valor absoluto de la diferencia esperada entre dos ingresos obtenidos de forma aleatoria de la distribución normalizada, por dos veces la media.<sup>20</sup> El coeficiente Gini es, tal vez, la medida de desigualdad más utilizada en estudios empíricos. En cualquier caso, ciertamente es uno de los principales candidatos para medir la desigualdad.

Una segunda forma de medirla desigualdad puede definirse con la ayuda de una generalización de la media para una familia de estándares de ingreso. La clase de *medias generalizadas* está dada por  $\mu_q(x) = [(x_1^q + \dots + x_n^q)/n]^{1/q}$  para todas  $q \neq 0$  y por  $\mu_q(x) = (x_1 \dots x_n)^{1/n}$  para  $q = 0$ . Cuando  $q = 1$ , la fórmula se reduce a la expresión de la media aritmética. La media geométrica se obtiene cuando  $q = 0$ ; su invariabilidad pone mayor énfasis en ingresos más bajos de los que toma en cuenta la media aritmética.<sup>21</sup> El valor  $q = -1$  proporciona la media armónica, la cual pone un mayor énfasis en los ingresos más bajos en  $x$  al invertir todos los ingresos, tomando luego el promedio, y después invirtiendo el resultado. De hecho, al acercarse  $q$  al infinito,  $\mu_q$  tiende al estándar “Rawlsiano” del mínimo ingreso en  $x$ . En el otro sentido,  $\mu_q$  asigna progresivamente un mayor peso en los ingresos más altos y tiende al máximo valor

<sup>18</sup> El principio de transferencia puede ser también definido mediante un tipo de matriz denominada matriz biestocástica, que es una matriz cuadrada no-negativa que posee la propiedad de que cada fila y columna suma uno. Decimos que  $x'$  es obtenida de por una suavización de ingresos si  $x' = Mx$  para alguna matriz biestocástica y  $x'$  no es una permutación de  $x$ . I satisface el principio de transferencia si  $I(x') < I(x)$  siempre que  $x$  sea obtenida de y por medio de una suavización de ingresos.

<sup>19</sup> Véase Foster (1985).

<sup>20</sup> Hay muchas otras interpretaciones de  $G$ . Un ejemplo notable liga esto a (dos veces) el área entre la bien conocida curva de Lorenz y la línea de 45 grados de completa igualdad. Véase Foster y Sen (1997) para un rango completo de definiciones e interpretaciones de  $G$ .

<sup>21</sup> Esta es la célebre desigualdad entre la media geométrica y la aritmética. Véase Hardy, Littlewood y Pólya (1952).

de  $x$  mientras  $q$  va elevándose hacia el infinito. De este modo, el parámetro  $q$  indica el grado en el que  $\mu_q$  enfatiza algún extremo de la distribución del ingreso.

La gráfica de  $\mu_q(x)$  como función de  $q$  revela información útil sobre la distribución subyacente del ingreso  $x$ . Por ejemplo,  $\mu_q(x)$  es constante en  $q$ , si y solo si la distribución  $x$  es completamente igual. De otra manera,  $\mu_q(x)$  debe incrementarse estrictamente en  $q$ , indicando que por lo menos dos ingresos no son iguales en  $x$ . Si la gráfica se eleva especialmente rápido, de tal manera que la razón  $\mu_q(x)/\mu_{q'}(x)$  parta significativamente de 1 para algunas  $q$  y  $q'$ , entonces se puede esperar que  $x$  tenga un alto nivel de desigualdad en el ingreso. En efecto, como apuntan Foster y Shneyerov (1999), virtualmente toda medida de desigualdad en el ingreso es, ya sea una función de la razón de dos medias generalizadas, o bien el límite de dichas funciones. Esto incluye a la familia paramétrica de medidas de la desigualdad de Atkinson, la clase de Entropía Generalizada (y por consiguiente, las dos medidas de Theil y el coeficiente de variación), así como la variancia de logaritmos que es comúnmente utilizada para evaluar la distribución salarial.<sup>22</sup>

La familia de medidas de desigualdad de Atkinson (1970) es definida para cada distribución  $x$  por:

$$I_\epsilon(x) = 1 - [\mu_{1-\epsilon}(x)/\mu(x)] \quad \text{para } \epsilon > 0.$$

Una medida de Atkinson compara una media generalizada más sensible a la parte inferior de la distribución (con  $q = 1 - \epsilon < 1$ ) a la media aritmética “neutral” (con  $q = 1$ ). Las medias generalizadas con parámetros por debajo de 1 son siempre más pequeñas que la media aritmética, y por lo mismo la razón  $\mu_{1-\epsilon}(x)/\mu(x)$  es menor a uno pero mayor que cero. Una mayor desigualdad se refleja en una brecha relativamente más larga entre  $\mu_{1-\epsilon}(x)$  y  $\mu(x)$ , y por consiguiente, en un mayor valor para la medida. El parámetro  $\epsilon$  puede ser interpretado como un parámetro de “aversión a la desigualdad”, con un valor más grande que refleja una mayor sensibilidad a la desigualdad en la parte más baja de la distribución. Todas las medidas de Atkinson satisfacen las propiedades básicas de las medidas de desigualdad.

### **3.2 Bienestar en Una Dimensión**

Una medida de bienestar  $W$  es una función del conjunto de todas las distribuciones de ingreso (de tamaño poblacional arbitrario) en números reales, en donde  $W(x)$  es el nivel de bienestar asociado con la distribución de ingreso  $x$ . Mientras que una medida de desi-

<sup>22</sup> Véase Foster y Sen (1997) para una discusión de estos índices de desigualdad; Foster y Ok (2000) proveen una crítica de la variancia de logaritmos.

gualdad evalúa la dispersión relativa de la distribución independiente del total del ingreso (como es requerido por el axioma de invariancia de escala), por su parte, una medida de bienestar ofrece una vista de la distribución del ingreso sensible a la desigualdad, pero que se incrementa a medida que el ingreso crece. El conjunto de propiedades usualmente requeridas para las medidas de bienestar incluye la *simetría*, la *invariancia de replicación*, y el *principio de transferencia* (en donde una transferencia progresiva lleva a un nivel mayor de bienestar). Sin embargo, la escala de invariancia cede en favor de la *monotonocidad*: Si un ingreso se eleva y el resto permanece sin cambios, entonces el nivel de bienestar debe de elevarse. En suma, asumimos que la medida de bienestar  $W(x)$  es *linealmente homogénea*, *normalizada* y *continua*, lo cual da como resultado lo que llamamos aquí, *estándar de bienestar*. Observemos que debido al principio de transferencia tenemos  $W(x) \leq W(\mu(x), \dots, \mu(x))$ , mientras que la homogeneidad y la normalización aseguran que  $W(\mu(x), \dots, \mu(x)) = \mu(x)$ . De ahí que,  $W(x) \leq \mu(x)$ , con estricta desigualdad, siempre que  $x$  no sea completamente igual.

Hay un camino natural para desplazarse entre las medidas de desigualdad y los estándares de bienestar (siempre y cuando la medida de desigualdad tome valores entre cero y uno):<sup>23</sup>

$$I(x) = [1 - W(x)/\mu(x)]$$

o de forma equivalente

$$W(x) = \mu(x)[1 - I(x)].$$

El nivel asociado de desigualdad  $I(x)$ , puede interpretarse como la pérdida en bienestar proveniente de la desigualdad, expresada como un porcentaje del bienestar máximo realizable.<sup>24</sup> Por el contrario, el estándar de bienestar  $W(x)$  es el ingreso medio descontado por el nivel de desigualdad en  $x$ . Nótese que la fórmula para la familia paramétrica de medidas de desigualdad de Atkinson  $I_\epsilon(x)$  refleja a  $I(x)$  pero con  $\mu_{1-\epsilon}(x)$  en lugar de  $W(x)$ . Esto no es una coincidencia, ya que  $\mu_{1-\epsilon}(x)$  para  $\epsilon > 0$  es el estándar de bienestar que satisface cada una de las propiedades mencionadas anteriormente.

La fórmula para construir estándares de bienestar a partir de medidas de desigualdad, puede ser aplicada al coeficiente de Gini, proporcionando el estándar de bienestar de Sen  $S(x) = \mu(x)(1 - G(x))$ .<sup>25</sup> Mientras  $S(x)$  satisface las propiedades

<sup>23</sup> Véase Atkinson (1970), Kolm (1969), ó Sen (1997).

<sup>24</sup> De lo anterior, sabemos que una distribución completamente igual  $(\mu(x), \dots, \mu(x))$  maximiza el estándar de bienestar  $W(x)$  entre el conjunto de todas las distribuciones que tienen la misma media  $\mu(x)$  como  $x$ , mientras que el nivel de bienestar de esta distribución es  $W(\mu(x), \dots, \mu(x)) = \mu(x)$ . Por lo tanto  $I(x) = [\mu(x) - W(x)]/\mu(x)$  es el porcentaje de pérdida en bienestar debido a la desigualdad.

<sup>25</sup>  $S(x)$  se relaciona también con la curva de Lorenz generalizada de Shorrocks (1983), dado que es dos veces el área bajo la curva.

básicas de simetría, invariancia de replicación, monotonidad, el principio de transferencia, homogeneidad lineal, normalización, y continuidad, *no* satisface *la consistencia de subgrupos*. De hecho, es posible que el estándar de bienestar de Sen registre un incremento en una región, permanezca sin cambios para el resto de la población, y que a pesar de ello caiga el estándar de bienestar Sen para una población combinada. Tales ejemplos, sin embargo, son imposibles de encontrar si el estándar de bienestar empleado es  $\mu_{1-\epsilon}(x)$ . Incluso, puede probarse que las medias generalizadas son los *únicos* estándares de bienestar que satisfacen la consistencia de subgrupos.<sup>26</sup> Esto provee una fuerte razón para usar el tipo de funciones de bienestar de Atkinson en la construcción de un índice de desarrollo humano sensible a la distribución.

### 3.3 El Principio de Transferencia de Kolm

Antes de evaluar si un índice de desarrollo humano es sensible a la distribución, necesitamos generalizar el principio de transferencia para ambientes multidimensionales. Recordemos que una matriz biestocástica  $M$  es una matriz cuadrada no-negativa cuyas columnas y filas suman uno. Aplicar  $M$  a una distribución, tiene el efecto de suavizar la distribución (o tal vez permutar los valores). Decimos que  $B$  se obtiene de  $A$  mediante una *suavización común* si es que hay una matriz biestocástica  $M$  tal que  $B = AM$ , y  $B$  no es una simple permutación posicional de  $A$ . Nótese que las filas  $xM$ ,  $yM$ , y  $zM$  de la matriz de desarrollo  $B$  son obtenidas de las filas  $(x)$ ,  $(y)$  y  $(z)$  de  $A$ , mediante el mismo proceso de suavización  $M$ .

Un índice de desarrollo humano satisface el *principio de transferencia Kolm* si  $H(A) < H(B)$  siempre que  $B$  sea obtenida de  $A$  por medio de una suavización<sup>27</sup> común. Un índice de desarrollo humano de *sensible a la distribución* es uno que satisface el principio de transferencia de Kolm, y surge en respuesta a una suavización ordinaria de valores. Dado que una transformación de este tipo necesariamente deja la media de cada dimensión sin cambios, el IDH estándar simplemente viola el principio de transferencia de Kolm y claramente no es sensible a la distribución.

### 3.4 El índice Hicks

Ahora regresaremos a la pregunta principal bajo consideración: ¿cómo construir un índice apropiado de desarrollo humano que sea sensible a la distribución del desarrollo

<sup>26</sup> Véase Foster y Székely (2002) para este resultado de caracterización.

<sup>27</sup> Véase Kolm (1977).

humano? Siguiendo una sugerencia en Anand y Sen (1994), Hicks (1997) se propuso el siguiente índice:

$$\begin{aligned} H_G(D) &= \mu[ \mu(x)(1-G(x)), \mu(y)(1-G(y)), \mu(z)(1-G(z))] \\ &= \mu[ S(x), S(y), S(z)], \end{aligned}$$

en donde  $x$ ,  $y$ , y  $z$  son las filas de  $D$ . El índice  $H_G$  descuenta la media de cada variable por su nivel de desigualdad de Gini, y después promedia a través de los niveles dimensionales de bienestar utilizando la media estándar. En otras palabras, es la media de los niveles de bienestar de Sen a través de las tres dimensiones de ingreso, educación y salud.

Sin duda, esta es una manera natural de introducir la desigualdad entre las personas dentro del índice, y la medida resultante es fácil de comprender y emplea elementos que son bien conocidos. Muchas de las propiedades básicas de un índice de Desarrollo humano son satisfechas por  $H_G$ , incluyendo la simetría en las personas (dado que  $S$  es simétrica), simetría en dimensiones (dado que  $\mu$  es simétrica), invariancia de replicación (dado que  $S$  es invariante de replicación), y monotonicidad (dado que  $S$  y  $\mu$  son ambas monótonicas). Las tres propiedades de homogeneidad lineal, normalización y continuidad se deducen directamente de las propiedades análogas de  $S$  y  $\mu$ . Además, el hecho de que  $S$  satisfaga el principio único de transferencia dimensional, asegura que  $H_G$  satisfaga también el principio de transferencia multidimensional de Kolm. Por consiguiente, este enfoque es exitoso en cuanto a la incorporación la de sensibilidad distributiva dentro del índice de desarrollo humano, toda vez que mantiene muchas de las propiedades satisfechas por el índice original  $H$ .

Sin embargo, puede mostrarse que  $H_G$  viola la consistencia de subgrupos, de tal manera que las apreciaciones locales acerca de los cambios en el desarrollo humano pueden ser revertidos a nivel nacional. Por lo tanto, se deduce que  $H_G$  no es particularmente conveniente para el análisis del desarrollo humano por subgrupos de población. Esto surge debido al uso de  $S$  y  $G$ , que son conocidas por violar la consistencia de subgrupos, y transfieren esta violación a  $H_G$ , dimensión por dimensión. Dada la importancia clave del análisis regional para seleccionar objetivos y otros enfoques prácticos de la política, parece que este índice de desarrollo humano no es del todo satisfactorio.

Además, hay una segunda crítica conceptual que puede evocarse contra  $H_G$  que tiene que ver con el orden de agregación a través de personas y dimensiones. Recordemos que la definición de  $H_G$  primero aplica  $S$  a cada distribución y después aplica  $\mu$  entre las dimensiones, proporcionando la fórmula  $H_G(D) = \mu[ S(x), S(y), S(z)]$ . Un acercamiento alternativo consistiría en aplicar  $\mu$  primero entre las dimensiones

para cada persona, y luego aplicar  $S$  a la distribución del desarrollo humano resultante, proporcionando así la fórmula alternativa  $H_G'(D) = S[\mu(x_1, y_1, z_1), \dots, \mu(x_n, y_n, z_n)]$ . Cada uno de estos métodos es igualmente defendible para aplicar  $S$  entre las personas y  $\mu$  entre las dimensiones con el fin de determinar un nivel general de desarrollo humano ó sin embargo, típicamente ambos llevan a diferentes valores e incluso a clasificaciones contradictorias de las distribuciones. En contraste, el índice de desarrollo humano original  $H$  es independiente del orden de agregación dado que, como se mostró anteriormente,  $\mu[\mu(x), \mu(y), \mu(z)] = \mu[\mu(x_1, y_1, z_1), \dots, \mu(x_n, y_n, z_n)]$ . ¿Puede obtenerse sensibilidad hacia la distribución sin sacrificar propiedades útiles, tales como la consistencia de subgrupos y sin introducir arbitrariedades en la definición del índice?

## 4 Una Nueva Clase de índices de Desarrollo Humano

El IDH estándar ubica las medias aritméticas de las tres dimensiones de desarrollo, es decir,  $\mu(x)$ ,  $\mu(y)$ , y  $\mu(z)$ , y aplica de nuevo la media aritmética para obtener  $H(D) = \mu[\mu(x), \mu(y), \mu(z)]$ . Nuestro punto de partida en este acercamiento será utilizar una media generalizada sensible a la distribución para resumir el nivel específico de la dimensión de desarrollo humano, es decir  $\mu_{1-\varepsilon}(x)$ ,  $\mu_{1-\varepsilon}(y)$ , y  $\mu_{1-\varepsilon}(z)$ , en donde  $\varepsilon > 0$ . Como se mencionó arriba, esto reduce las medias de las tres distribuciones de acuerdo con el nivel de desigualdad que presentan. Por ejemplo, el nivel para la dimensión de ingreso es  $\mu_{1-\varepsilon}(x) = \mu(x)[1 - I_\varepsilon(x)]$ , es decir la media aritmética descontada por el nivel de desigualdad tal y como está dado por la medida de desigualdad de Atkinson con el parámetro  $\varepsilon$ . Esto refleja el uso que hace Hicks de un indicador sensible a la distribución para cada dimensión, pero a diferencia de Hicks, empezamos con un indicador de la media generalizada –que posee consistencia de subgrupos, haciendo posible que el índice general de desarrollo humano ostente esta importante propiedad.

¿Ahora, cómo vamos a agregar entre dimensiones? Una posibilidad natural es usar la media aritmética, dada por la fórmula  $\mu[\mu_{1-\varepsilon}(x), \mu_{1-\varepsilon}(y), \mu_{1-\varepsilon}(z)]$ , es decir la “media de medias generalizadas”. Esta expresión tiene la ventaja de ser entendida fácilmente como el promedio simple de los logros específicos por dimensión. Sin embargo, aunque cada indicador en cada dimensión posee consistencia de subgrupos, ocurre que el indicador general resultante *no* la tiene. Por ejemplo, establezcamos  $\varepsilon = 2$  y supongamos que inicialmente ambas regiones tienen la misma matriz de desarrollo  $A = B$ , en donde la distribución de ingreso es  $x = (0.70, 0.90)$ , la distribución de educación es  $y = (0.70, 0.70)$ , y la distribución de salud es  $z = (0.20, 0.70)$ . Al aplicar la media generalizada a cada una de estas distribuciones y al tomar la media aritmética, se proporciona un nivel de desarrollo de 0.60 en cada región y en total. Ahora supongamos que la matriz de distribución para la región 2 se convierte en  $B'$  con distribución de ingreso  $x' = (0.40, 0.80)$ , distribución de educación  $y' = (0.70, 0.70)$ , y distribución de salud  $z' = (0.40, 0.80)$ . Por lo tanto, aplicando la fórmula anterior se obtiene un *mayor* nivel para la región 2 equivalente a 0.62 (no hay cambio en la región 1), mientras que el nivel general *ha caído* a 0.59. Claramente, la fórmula propuesta, viola la consistencia de subgrupos.

Esta violación a la consistencia de subgrupos surge porque no hay compatibilidad entre el método de agregación usado dentro de cada dimensión y el método

utilizado para agregar entre dimensiones. Por otro lado, si la *misma* media generalizada fuera usada dentro y entre las dimensiones, entonces ¿podría, el índice resultante, satisfacer la consistencia de subgrupos? Ahora presentaremos esta clase de medidas y exploraremos las propiedades que sus elementos satisfacen.

#### 4.1 Los índices $H_\epsilon$

Consideremos la siguiente familia de índices de desarrollo humano

$$H_\epsilon(D) = \mu_{1-\epsilon}[\mu_{1-\epsilon}(x), \mu_{1-\epsilon}(y), \mu_{1-\epsilon}(z)] \quad \text{para } \epsilon \geq 0,$$

donde  $x$ ,  $y$ , y  $z$  son las filas de  $D$ . Cada miembro de esta familia evalúa el nivel de desarrollo humano con ayuda de una media generalizada sensible a la distribución –primero, resumiendo los logros *dentro* de cada dimensión de desarrollo y, en segundo lugar, por medio de la agregación *entre* dimensiones. En otras palabras, el índice es “una media generalizada de medias generalizadas”. Se puede mostrar que se obtiene el mismo valor cuando la media generalizada se aplica primero entre dimensiones para obtener el nivel  $i$  de desarrollo por persona,  $h_i = \mu_{1-\epsilon}(x_i, y_i, z_i)$ , y después a la distribución de niveles individuales para obtener  $H_\epsilon(D) = \mu_{1-\epsilon}(h_1, h_2, \dots, h_n)$ . Ciertamente, uno puede extender la definición de la media generalizada para aplicarla directamente a las matrices de desarrollo  $D$  en  $D$ , análogas a la definición anterior de la media aritmética, en cuyo caso nuestra clase de índices de desarrollo humano es simplemente:<sup>28</sup>

$$H_\epsilon(D) = \mu_{1-\epsilon}(D) \quad \text{para } \epsilon \geq 0,$$

o, de manera equivalente, la media generalizada de los valores de  $D$ .

El primer miembro de esta clase es  $H_0(D) = \mu_1(D)$ , que es el índice convencional de desarrollo humano  $H$ . Representa el caso degenerativo en donde no hay preocupación alguna por la desigualdad -la agregación es realizada usando la media aritmética. Cuando  $\epsilon = 1/2$ , el índice sensible a la distribución resultante  $H_{1/2}(D) = \mu_{1/2}(D)$  transforma las entradas en  $D$  por la raíz cuadrada, antes de promediar y transformar de nuevo. La transformación cóncava asegura que la entradas más pequeñas en  $D$  reciban un peso relativo mayor, y por consiguiente, toda desigualdad adicional reduce el nivel de este índice. Con  $\epsilon = 1$ , incluso se da un mayor peso en valores menores y en desigualdad, debido a que el índice  $H_1(D) = \mu_0(D)$  agrega los valores dentro de  $D$  con base en la media geométrica. Nuestro ejemplo final de  $\epsilon = 2$  nos lleva a  $H_2(D) = \mu_{1/4}(D)$ , un índice de desarrollo humano sensible a la distribución que considera los logros

<sup>28</sup> Específicamente, las definiciones están dadas por  $\mu_{1-\epsilon}(D) = [\sum_i (x_i^{1-\epsilon} + y_i^{1-\epsilon} + z_i^{1-\epsilon}) / (3n)]^{1/(1-\epsilon)}$  para  $\epsilon \neq 1$ , y  $\mu_{1-\epsilon}(D) = [\prod_i (x_i \cdot y_i \cdot z_i)]^{-1/(3n)}$  para  $\epsilon = 1$ . La media generalizada es obtenida transformando todas las entradas de  $D$ , promediándolas mediante el uso la media aritmética, y después aplicando la transformación inversa.



agregados de acuerdo a la media armónica, y por lo mismo es incluso más sensible a la desigualdad. En general, al elevarse  $\epsilon$ ,  $H_\epsilon(D)$  adquiere una mayor aversión a la desigualdad.

#### 4.2 Propiedades e Interpretaciones

De las propiedades de las medias generalizadas se sigue inmediatamente que  $H_\epsilon(D)$  satisface las propiedades básicas para los índices de desarrollo humano, incluyendo la simetría en dimensiones, la simetría en personas, la invariancia de replicación, la monotonicidad, la homogeneidad lineal, la normalización y la continuidad. Además,  $H_\epsilon(D)$  hereda de las medias generalizadas la propiedad de consistencia de subgrupos. De hecho, es posible derivar una simple expresión relacionando a los subgrupos y agregando los niveles de desarrollo humano. Por simplicidad, supongamos que A y B tienen el mismo tamaño de población. Entonces, el nivel general de desarrollo humano  $H_\epsilon(A,B)$  se relaciona con los niveles de subgrupo  $H_\epsilon(A)$  y con  $H_\epsilon(B)$  de la manera siguiente:

$$H_\epsilon(A,B) = \mu_{1-\epsilon}(H_\epsilon(A), H_\epsilon(B)).$$

El nivel general de desarrollo humano puede expresarse como la media generalizada aplicada al vector de los niveles de desarrollo humano de los subgrupos.<sup>29</sup> En consecuencia, cuando el nivel de desarrollo de un subgrupo se eleva y el otro permanece sin cambios, el nivel de desarrollo general se debe elevar, y  $H_\epsilon$  tiene consistencia de subgrupos.<sup>30</sup>

También mencionamos anteriormente que la definición de  $H_\epsilon$  no se basa en una decisión arbitraria de secuenciación: se obtiene el mismo valor independientemente de si la agregación se lleva a cabo primero sobre personas y luego sobre dimensiones, o viceversa. Finalmente, cada miembro de la nueva clase  $H_\epsilon$  de índices de desarrollo humano (aparte del índice usual  $H = H_0$ ) satisface el principio de transferencia de Kolm. De hecho, supongamos que B es obtenida de A mediante una suavización común M. Entonces se obtiene  $\mu_{1-\epsilon}(xM) \geq \mu_{1-\epsilon}(x)$ ,  $\mu_{1-\epsilon}(yM) \geq \mu_{1-\epsilon}(y)$ , y  $\mu_{1-\epsilon}(zM) \geq \mu_{1-\epsilon}(z)$ ,

<sup>29</sup> En el caso especial en los que dos grupos (de igual tamaño) sean definidos con base en el género, esta fórmula es similar a la definición del índice de desarrollo de género relacionado de Anand y Sen (1995),  $GR(A,B) = \mu_{1-\epsilon}(H(A), H(B))$ . La diferencia clave es que GR ignora las desigualdades dentro de los grupos a pesar del uso del IDH sobre los subgrupos. Debido a que  $H_\epsilon$  incluye desigualdad dentro del grupo, se deduce que  $H_\epsilon(A,B)$  es más pequeño que  $GR(A,B)$  (excepto cuando cada uno de A y B es completamente igual y los índices coinciden).

<sup>30</sup> Donde A y B tienen tamaños de población arbitrarios, la descomposición de la fórmula es ajustada por los pesos compartidos de población  $s_A$  y  $s_B$ . Entonces, por ejemplo, si  $\epsilon \neq 1$ , la fórmula es  $H_\epsilon(A,B) = [(s_A(H_\epsilon(A))^{1-\epsilon} + s_B(H_\epsilon(B))^{1-\epsilon})]^{1/(1-\epsilon)}$  la cual obviamente está incrementándose de forma estricta en  $H(A)$  y  $H(B)$ .

con al menos una desigualdad estricta, dado que  $\mu_{1-\varepsilon}$  satisface el principio de las transferencias. Por lo tanto, mediante la monotonicidad de  $\mu_{1-\varepsilon}$  tenemos:

$$H_\varepsilon(B) = \mu_{1-\varepsilon}[\mu_{1-\varepsilon}(xM), \mu_{1-\varepsilon}(yM), \mu_{1-\varepsilon}(zM)] > \mu_{1-\varepsilon}[\mu_{1-\varepsilon}(x), \mu_{1-\varepsilon}(y), \mu_{1-\varepsilon}(z)] = H_\varepsilon(A)$$

y de ahí que  $H_\varepsilon$  satisfaga el principio de transferencia de Kolm.

Un aspecto distintivo de las medidas de esta clase es su sensibilidad a la desigualdad *a través de* las dimensiones del desarrollo.<sup>31</sup> Considere los niveles de desarrollo de dimensión específica  $\mu_{1-\varepsilon}(x)$ , y  $\mu_{1-\varepsilon}(y)$ , y  $\mu_{1-\varepsilon}(z)$ . Como se mencionó anteriormente,

$$H_\varepsilon(D) = \mu_{1-\varepsilon}[\mu_{1-\varepsilon}(x), \mu_{1-\varepsilon}(y), \mu_{1-\varepsilon}(z)] \\ = \mu[\mu_{1-\varepsilon}(x), \mu_{1-\varepsilon}(y), \mu_{1-\varepsilon}(z)](1 - I_\varepsilon[\mu_{1-\varepsilon}(x), \mu_{1-\varepsilon}(y), \mu_{1-\varepsilon}(z)])$$

es decir, la media aritmética de los tres niveles de desarrollo,  $\mu_{1-\varepsilon}(x)$ ,  $\mu_{1-\varepsilon}(y)$ , y  $\mu_{1-\varepsilon}(z)$ , descontados por la desigualdad entre ellos. En consecuencia, el País 1 con niveles de desarrollo agregados de (0.70, 0.70, 0.70), por ejemplo, tendría un nivel general de desarrollo más alto que el País 2 con niveles de (0.95, 0.70, 0.55) dado que las medias aritméticas son las mismas para los dos, pero hay más desigualdad entre las dimensiones de desarrollo en 2 que en 1. He sanciona a los países con un desarrollo desigual y recompensa aquellos que tienen logros más balanceados en las tres dimensiones, lo cual refleja el punto de vista de que mientras haya alguna capacidad de sustitución entre las dimensiones de desarrollo, el grado de sustitución no es infinito.

Una observación análoga puede hacerse a nivel individual, en donde la media generalizada es aplicada para obtener el nivel de desarrollo de cada persona:  $h_i = \mu_{1-\varepsilon}(x_i, y_i, z_i)$ . Más que considerar los varios logros como perfectos sustitutos entre sí,  $\mu_{1-\varepsilon}$  trata los tres logros como complementos, elevándose el grado de complementariedad cuando  $\varepsilon$  se eleva.<sup>32</sup> La tasa marginal de sustitución entre dos componentes cualesquiera que sean, no es constante, pero disminuye a lo largo de una curva de indiferencia, mientras que el primer componente se eleva y el segundo baja. Esta es una suposición natural, dada la naturaleza de las tres dimensiones aquí consideradas.

Finalmente, obtenemos una interpretación más del nuevo índice de desarrollo humano utilizando el índice de desarrollo humano usual y una nueva medida multidimensional de la desigualdad. La familia  $I_\varepsilon$  de medidas de desigualdad de Atkinson puede ser extendida a un contexto multidimensional de la manera siguiente:

$$I_\varepsilon(D) = 1 - [\mu_{1-\varepsilon}(D)/\mu(D)] \\ = [\mu(D) - \mu_{1-\varepsilon}(D)]/\mu(D).$$

<sup>31</sup> Nótese que esta característica era un subproducto de nuestro deseo por satisfacer la consistencia de subgrupo. También asegura que el índice sea independiente del orden de agregación.

<sup>32</sup> La media generalizada tiene una estructura bien conocida de (simetría) “sustitución de elasticidad constante”.

Intuitivamente,  $I_{\varepsilon}(D)$  mide la desigualdad entre *todas* las entradas de  $D$ , de la misma manera que el índice original de Atkinson evalúa la desigualdad en el vector concatenado  $(x, y, z)$ . Dada esta amplia definición de las medidas de desigualdad de Atkinson, ahora podemos ofrecer una versión multidimensional de la ya conocida relación entre el bienestar y la desigualdad:

$$H_{\varepsilon}(D) = H(D)[1 - I_{\varepsilon}(D)].$$

En otras palabras, de acuerdo con la nueva clase de índices el nivel de desarrollo humano  $H_{\varepsilon}(D)$  es simplemente el nivel IDH original descontado por el nivel de desigualdad entre todos los valores en  $D$ , tal y como es medido por la medida multidimensional de Atkinson  $I_{\varepsilon}$ .

## 5 Ilustración Empírica

Esta sección provee un ejemplo ilustrativo de la utilidad de la nueva familia de índices de desarrollo humano.

### 5.1 La Información

Para nuestra ilustración empírica, utilizamos información sobre México. Escogimos este país porque tenemos acceso a una muestra del Censo de Población para el año 2000, a partir de la cual construimos una base de datos que incluye 10,099,182 registros individuales de 2.2 millones de hogares, cada uno con información sobre ingreso y educación.

Para el caso de la salud, El Censo de Población no incluye suficiente información para poder estimar la esperanza de vida o las tasas de mortalidad/supervivencia, para cada hogar. Por lo tanto, como se ha hecho comúnmente, imputamos niveles individuales a partir de la información a nivel municipal que se obtuvo de una fuente diferente (utilizamos información del Consejo Nacional de Población). Utilizar la información de los municipios nos garantiza que dentro de cada estado todavía somos capaces de registrar las desigualdades entre los hogares que se encuentran localizados en diferentes áreas. Sin embargo, al no tener información individual certera en este nivel, ello afectará los resultados finales en salud, ya que no importa cuan estrecho sea definido el grupo, los niveles resultantes son esencialmente promedios que suprimen las variaciones dentro de los grupos, y esto puede inclinar hacia arriba el índice de desarrollo humano  $H_\epsilon$ . Este problema permanecerá a menos o hasta que las variables a nivel individual estén disponibles para la dimensión de salud.<sup>33</sup>

El hecho de que  $H_\epsilon$  sea definido a través de una agregación dentro de cada dimensión, y después un agregado entre dimensiones, permite que sea aplicado significativamente a este tipo de información combinada, dado que las muestras de población en el Censo y aquellas provistas por el Consejo Nacional de Población, son efectivamente aleatorias. Además, casi seguramente se dará el caso de que las muestras de población serán de diferentes tamaños. Sin embargo, la invariancia de replicación de las medias generalizadas asegura que los niveles resultantes,  $\mu_{1-\epsilon}(x)$ ,  $\mu_{1-\epsilon}(y)$ , y  $\mu_{1-\epsilon}(z)$ , sean de

<sup>33</sup> Como lo explican Anand y Sen (1993), hay un segundo aspecto problemático al utilizar variables basadas en el grupo. El nivel de la variable atribuida a un individuo puede depender de la particular partición del grupo que es empleado. Esto es especialmente cierto en una variable como la esperanza de vida, cuyo nivel dado para una cierta persona depende crucialmente de las características específicas (como raza, género, o edad) que son incluidas en la definición de los grupos.

hecho comparables y puedan ser significativamente combinados para obtener  $H_e$  aún cuando  $x$ ,  $y$  y  $z$  tengan una extensión distinta.

La muestra del Censo Mexicano de Población es representativa para los 32 Estados del País y para cada una de los 2,441 municipios. Dado que la información en salud está disponible sólo a nivel municipal, nos concentraremos en los  $H_e$ 's por Estado. Los  $H_e$ 's por Estado son obtenidos a partir de los registros individuales del Censo sobre ingreso y educación, mientras que para la salud, reflejan promedios de variables a nivel municipal.

Para el ingreso utilizamos un procedimiento en dos pasos, ya que los ingresos por hogar e individuales del Censo no son comparables con la medida de ingreso estándar del IDH, que es el PIB per cápita. Este último incluye un gran número de elementos, dentro de los cuales se encuentra el ingreso por hogar. Para poder hacer comparables nuestros  $H_e$ 's con el IDH producido a partir de la información agregada, el primer paso consiste en comparar el PIB per cápita a nivel estatal para el año 2000 (provisto por el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, INEGI) con el ingreso per cápita anualizado por Estado obtenido a partir de los registros muestrales del Censo.<sup>34</sup> En el segundo paso, la razón entre el PIB per cápita y el ingreso per cápita del Censo es utilizado como factor para elevar el ingreso per cápita de cada individuo de la muestra. El  $H_e$  se calcula usando los ingresos “ajustados”, en lugar de la variable original. Siguiendo la metodología del IDH, para cada individuo dividimos la diferencia entre el logaritmo del ingreso “ajustado” y el logaritmo del ingreso “ajustado” para el individuo con el menor ingreso en el país, sobre la diferencia entre el logaritmo del ingreso “ajustado” del individuo, y el logaritmo del ingreso “ajustado” para el individuo con el ingreso más alto en el país.

Para las variables relativas a educación, la muestra del Censo incluye información para cada individuo en términos de alfabetización, asistencia escolar y logro escolar. Siguiendo la metodología estándar del IDH, para cada hogar calculamos el número de individuos alfabetizados por encima de los 14 años de edad sobre el número total de individuos que son mayores de 14 años. Para la asistencia escolar, obtenemos la proporción de individuos entre 6 y 24 años de edad que asisten a la escuela. Para cada individuo, construimos el índice escolar por medio de la suma del indicador de

<sup>34</sup> El uso del ingreso per cápita tiene ciertas limitaciones. Primero, los valores per cápita no toman en consideración la asignación de ingresos al interior de los hogares, lo que disminuirá el nivel medido de desigualdad (en particular, mucha de la desigualdad de género no será observada) y por lo tanto “inflan” el nivel medido de desarrollo humano. Nosotros utilizamos el ingreso per cápita como referencia por dos razones. La primera, es que no existen equivalencias de escalas disponibles para México. La segunda, es que el ingreso per cápita es una variable natural a usarse en el contexto del IDH, que utiliza el PIB per cápita para su cálculo.

alfabetización ponderándolo con un valor de .66 y la variable de asistencia con un valor de .33.

Como se mencionó antes, en el caso de la dimensión de la salud el IDH usualmente utiliza la esperanza de vida como un primer aproximado. Esta variable está disponible para muchos países a nivel nacional. Sin embargo, en el análisis a nivel del país, cuando la esperanza de vida no está disponible es común usar las tasas de mortalidad infantil o de supervivencia infantil como una aproximación a las condiciones de salud. Aquí utilizamos las tasas de supervivencia infantil porque aunque las esperanzas de vida de los Estados sí están disponibles, la única manera de introducir la dimensión de desigualdad dentro de la medición de esta variable es utilizando la información a nivel del municipio.<sup>35</sup> Siguiendo el procedimiento estándar del IDH, dividimos la diferencia entre la tasa de supervivencia infantil estimada de cada municipio y la tasa más baja encontrada en el país, sobre la diferencia entre la tasa de supervivencia del municipio y la tasa de supervivencia más alta en el país.

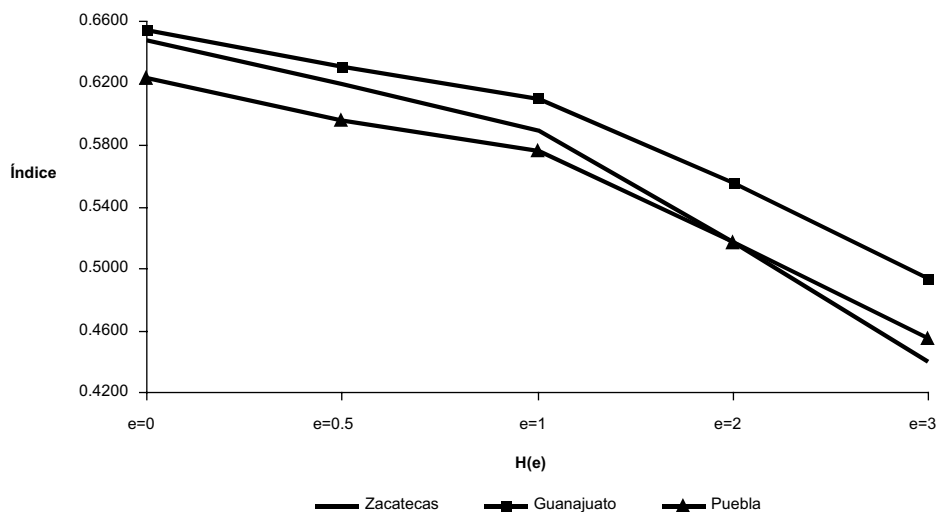
## 5.2 Resultados Empíricos

Si los estados  $x$  y  $y$  comparten el mismo valor de  $H_0$ , y si  $x$  tiene, de manera inequívoca una distribución más igualitaria de desarrollo humano que  $y$ , entonces la distribución  $x$  debe tener un valor más alto de  $H_\epsilon$  que  $y$  para cada  $\epsilon > 0$ . Más igualdad en la distribución del desarrollo humano entre individuos “aplana” la gráfica de la función (creciente)  $H_\epsilon(x)$  en el parámetro  $\epsilon$ , para que en el límite, en donde se iguala el nivel de desarrollo humano, la gráfica se vuelva horizontal con todos los  $H_\epsilon$  equivalentes.

Una comparación entre los valores de  $H_\epsilon$  para los Estados de Zacatecas, Guanajuato y Puebla ilustra esta interpretación. La Figura 1 representa  $H_\epsilon$  para  $\epsilon = 0, 0.5, 1, 2$  y  $3$ , respectivamente, para cada estado. De acuerdo a la figura, el valor del IDH estándar ( $H_0$ ) es prácticamente el mismo en el caso de Guanajuato y Zacatecas, por lo que se pueden hacer comparaciones de desigualdad. El hecho de que para  $\epsilon > 0$  el Estado de Guanajuato se clasifique en un nivel más alto que Zacatecas, revela que la distribución del desarrollo humano es más igualitaria en este Estado que en el otro (la gráfica es relativamente más “plana”).

<sup>35</sup> El Consejo Nacional de Población de México encuentra una alta correlación entre las tasas de supervivencia infantil y de esperanza de vida entre los Estados, y recomienda utilizar las tasas de supervivencia infantil, a nivel municipio, como aproximación de la esperanza de vida.

**Figura 1**  
**Familia de Índices de Desarrollo Humano, para México**



La figura también revela que la clasificación entre los Estados de Puebla y Zacatecas depende del valor de  $\epsilon$ . Cuando un peso igual es asignado en cada observación individual dentro del Estado, Zacatecas clasifica en un nivel más alto que Puebla. Sin embargo, si un mayor peso es asignado entre los valores más bajos, la clasificación se revierte, y Puebla parece tener un mayor desarrollo humano que Zacatecas.

La tabla 1 presenta la clasificación de los Estados usando  $\epsilon = 0$  y 3. La clasificación cambia considerablemente cuando se compara el orden de acuerdo al IDH tradicional ( $H_0$ ), con respecto al ordenamiento de cuando un mayor peso es asignado entre los valores más bajos. Por lo tanto, surge una imagen muy diferente cuando incluimos información dentro del IDH sobre la desigualdad con la que el desarrollo humano se distribuye. Nuestra impresión acerca del nivel de desarrollo humano entre los estados Mexicanos es altamente sensible a la atribución de un mayor peso a los individuos que están en la parte inferior de la distribución del desarrollo humano.

**Tabla 1**

IDH-MG corrección para Desigualdad Interna por Estado, 2000

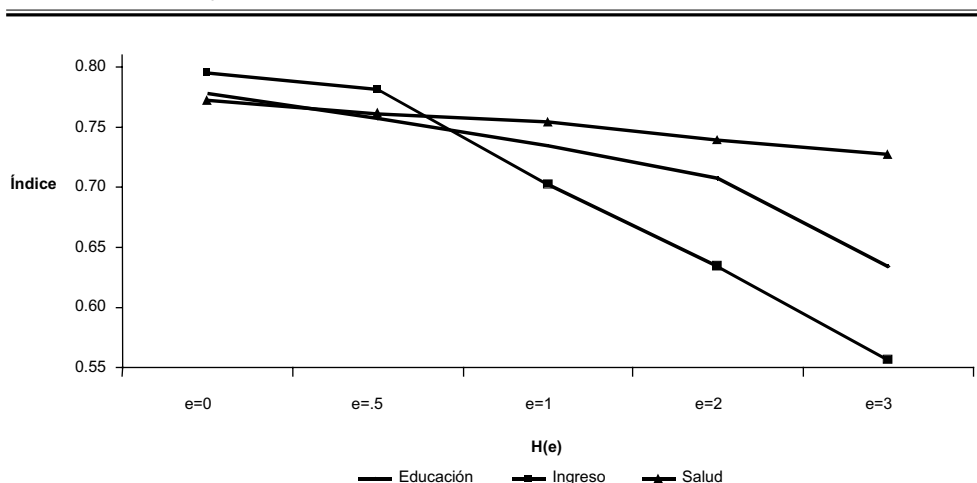
	e=0		e=3		Cambio de Clasificación
	IDH-MG	Clasificación	IDH-MG	Clasificación	
Aguascalientes	0.7001	5	0.5811	3	2
Baja California	0.7176	2	0.615	2	0
Baja California Sur	0.7038	3	0.5787	4	-1
Campeche	0.6734	15	0.5473	7	8
Chiapas	0.5735	32	0.3797	31	1
Chihuahua	0.6739	14	0.5069	18	-4
Coahuila	0.6957	6	0.5637	6	0
Colima	0.6884	7	0.5428	10	-3
Distrito Federal	0.7403	1	0.6376	1	0
Durango	0.6608	20	0.4708	23	-3
Estado de México	0.6824	9	0.5185	14	-5
Guanajuato	0.6546	22	0.4937	19	3
Guerrero	0.5968	30	0.3995	30	0
Hidalgo	0.6449	24	0.4784	21	3
Jalisco	0.6772	12	0.5246	13	-1
Michoacán	0.6363	26	0.4509	26	0
Morelos	0.6691	16	0.5139	16	0
Nayarit	0.6638	18	0.4898	20	-2
Nuevo León	0.7021	4	0.5783	5	-1
Oaxaca	0.5881	31	0.3654	32	-1
Puebla	0.6232	28	0.4545	25	3
Querétaro	0.6637	19	0.5146	15	4
Quintana Roo	0.6798	11	0.5438	9	2
San Luis Potosí	0.637	25	0.4641	24	1
Sinaloa	0.6817	10	0.5472	8	2
Sonora	0.6853	8	0.5256	12	-4
Tabasco	0.6646	17	0.5094	17	0
Tamaulipas	0.6752	13	0.528	11	2
Tlaxcala	0.66	21	0.4747	22	-1
Veracruz	0.6168	29	0.4337	29	0
Yucatán	0.6239	27	0.4497	27	0
Zacatecas	0.6482	23	0.4401	28	-5

Los Estados de Guerrero (con bajo desarrollo humano), Coahuila y Baja California y el Distrito Federal (entidad con el desarrollo humano más elevado) están entre los pocos Estados que mantienen su rango sin importar el valor que tome el parámetro. Entre los Estados con mayores reclasificaciones está Campeche, que pasa de estar clasificado como el Estado 18o (de menor a mayor) con  $\varepsilon = 0$ , a ser posicionado como el 7o más alto con  $\varepsilon = 3$ . La posición relativa de Colima, Sonora, México, Chihuahua, Durango y Zacatecas se deteriora considerablemente al ir de  $\varepsilon = 0$  a  $\varepsilon = 3$ . En contraste, la posición relativa de Puebla, Hidalgo, Guanajuato, Querétaro y Campeche mejora en relación con otros estados, cuando pasan del IDH estándar al que es más sensible a la parte inferior de la distribución.



Una pregunta adicional de interés es ¿cuál de las tres dimensiones- ingreso, educación o salud –es más sensible a la introducción de la desigualdad en la medición de desarrollo humano? La figura 2 presenta el valor de  $H_e$  para cada dimensión de desarrollo de manera separada –esto es, antes de obtener la media generalizada de los tres indicadores para producir el índice general  $H_e$ .<sup>36</sup>

**Figura 2**  
**Dimensiones Subyacentes de Desarrollo Humano en México**



De acuerdo con nuestros resultados, el ingreso es la dimensión individual en donde el desarrollo se distribuye de manera más desigual. La media generalizada para esta variable es mucho más alta que para las otras dos cuando  $\epsilon = 0$ , y es considerablemente más baja para  $\epsilon > 0$ . La segunda dimensión más desigual parece ser la educación, seguida por las variables de salud. De cierta manera estos son resultados esperados, dado que, por un lado, el ingreso es la única de las tres variables que no tiene un límite superior natural. Estrictamente hablando, es posible que un solo individuo, o un pequeño grupo de individuos, logren concentrar todo o la mayoría del ingreso disponible para la sociedad y esto evita que otros obtengan una porción más grande. Por el contrario, para la educación y la salud, la acumulación por un solo individuo no necesariamente evita que otros tengan acceso a estas formas de capital humano, y hay límites inherentes en la condición humana que determinan la máxima

<sup>36</sup> Como se mencionó antes  $H_e$  posee una independencia de trayectoria con respecto a la agregación dentro y a través de individuos y Estados. Para esta ilustración utilizamos el caso en donde primero calculamos la media generalizada de cada dimensión por estado de manera separada, utilizando la información individual y después agregando a través de las dimensiones, utilizando la misma media generalizada.

cantidad que un solo individuo puede acumular. Además, la disponibilidad de información nos ha forzado a calcular el indicador de salud con base en el nivel municipal más que a partir de la información individual, lo cual implica la supresión de la desigualdad dentro de los municipios. Esta puede ser la razón por la que la salud varía menos cuando se usa una medida de desarrollo humano sensible a la desigualdad.

La tabla 2 resume de manera separada el número de lugares que cada Estado recorre cuando  $\varepsilon$  pasa de 0 a 3 para cada una de las tres dimensiones de desarrollo. Cuando los Estados son clasificados de acuerdo al índice general de desarrollo humano, que incluye las tres dimensiones, ocurren 80 cambios de lugar al pasar de una medida estándar a una que es más sensible a la parte inferior de la distribución con un promedio de 2.5 lugares por Estado.

**Tabla 2**  
**Cambios en las Clasificaciones de los Estados**

Dimensión de Desarrollo Humano	De $\varepsilon=0$ a $\varepsilon=3$
Número total de cambios por lugar en el IDH general	80
Cambios de lugar en el Ingreso	46
Cambios de lugar en Educación	38
Cambios de lugar en Salud	16

Fuente: Cálculos de los autores de la muestra del Censo Mexicano de Población 2000.

Con respecto a cada una de las dimensiones, el ingreso es la que provoca más re-clasificaciones de los Estados al introducir información sobre desigualdad. Cuando se pasa de  $\varepsilon = 0$  a  $\varepsilon = 3$ , son observados 46 cambios de lugar. Para la educación, se producen 38 cambios cuando se va de  $H_0$  a  $H_3$ . La dimensión de salud es la menos sensible a la desigualdad, pues pasa de  $H_0$  a  $H_3$  con 16 cambios de lugar de Estados. Esto confirma las conclusiones derivadas de la Figura 2 con respecto a la sensibilidad de cada dimensión individual con respecto a la desigualdad.

Como ya se mencionó, una interpretación útil es que  $H_\varepsilon$  transmite información sobre la “pérdida” de desarrollo que es atribuible a la desigualdad entre los individuos. Cuando incorporamos la sensibilidad a la desigualdad en la información sobre México,  $H_\varepsilon$  pasa de un valor de 0.6626 a un valor de 0.4912, con una pérdida de 20%. De este modo, la reducción en la desigualdad implicaría por sí misma una ganancia importante en el nivel de desarrollo.

La Tabla 3 muestra la dimensión del IDH que más se deteriora cuando se toma en consideración la desigualdad entre los individuos. El índice de educación resulta ser el más afectado por la corrección de desigualdad (18.5%). El índice de esperanza

de vida-supervivencia infantil se reduce un 0.7% al incrementarse la aversión por la desigualdad, mientras que el ingreso cae un 13.2%.

**Tabla 3**  
**Pérdidas debido a la Desigualdad**

Dimensión del Desarrollo	% Cambio De $\epsilon=0$ a $\epsilon=3$
Cambio en el IDH Nacional	26%
Salud	-0.7
Educación	-18.5
Ingreso	-13.2

Fuente: Cálculos de los autores de la muestra del Censo Mexicano de Población 2000.

De la información en la Tabla 1, obtenemos el cambio por Estado cuando la importancia de la desigualdad se incrementa con  $\epsilon=0$  a  $\epsilon=3$ . El caso de Oaxaca sobresale por tener el porcentaje más grande de reducción en el IDH por la sensibilidad a la desigualdad (37.8%). Los estados de Chiapas, Guerrero y Zacatecas también reducen su IDH en más de 30%. Por otro lado, el Distrito Federal es la entidad con el menor porcentaje de disminución en su índice de desarrollo debido a la desigualdad (sólo 13.8%). Esto significa que esta entidad no es sólo la que tiene el mayor IDH, sino que también posee la menor desigualdad interna. Los Estados en donde la reducción es menor al 20% son: Baja California, Aguascalientes, Nuevo León, Baja California Sur, Campeche, Coahuila y Sinaloa.

## Conclusiones

Este documento presenta una nueva metodología para incorporar la dimensión distributiva dentro del índice de Desarrollo Humano. Una de las limitaciones principales del IDH es que, al no incluir una dimensión distributiva, es posible tener un país con un IDH más alto que otro, pero en donde la pobreza es generalizada o en donde grandes grupos quedan fuera del proceso de desarrollo. También es posible observar mejorías en el IDH al tiempo que simultáneamente se tiene un estancamiento o incluso un deterioro en el nivel de desarrollo de amplios sectores de la población.

Presentamos una nueva clase de índices de desarrollo humano que incluye el índice tradicional, y una familia de índices de desarrollo humano que son sensibles a la distribución. Esta clase de índices utiliza a la media generalizada para resumir los logros dentro de cada dimensión del desarrollo, y utiliza la misma media generalizada para llevar a cabo una agregación a través de las dimensiones.

Esta clase de índices satisface los siguientes axiomas: simetría en dimensiones, simetría en personas, invariancia de replicación, monotonicidad, homogeneidad lineal, normalización y continuidad. De manera adicional, satisface la consistencia de subgrupos, lo cual garantiza que las mejorías o los deterioros en el desarrollo humano dentro de un cierto grupo de la sociedad (con el desarrollo humano permaneciendo constante en los otros grupos), se reflejen en la medición general del desarrollo humano. Otras alternativas sugeridas anteriormente en la literatura violaban este principio básico. La nueva clase de índices aquí presentada también tiene el atractivo de contar con independencia de trayectoria, lo cual garantiza que el orden en que el desarrollo humano es agregado entre individuos, o grupos de individuos, lleve al mismo resultado- por lo que no hay necesidad de depender de una secuencia determinada de agregación.

La metodología es aplicada a la muestra del Censo Mexicano de Población para el año 2000. Esto nos ofrece una sola base de datos unificada que cubre al ingreso y a la educación para más de 10 millones de individuos. Para la salud, utilizamos información municipal sobre supervivencia infantil.

La ilustración empírica muestra que al introducir la dimensión de desigualdad en la distribución del desarrollo humano, cambia considerablemente nuestra visión sobre cómo cada Estado se clasifica con respecto a los otros. Un gran número de reclasificaciones ocurren cuando se asigna un mayor peso ya sea al extremo más alto o al más bajo de la distribución. Entre las tres dimensiones individuales de desarrollo, el ingreso parece ser la más sensible a la desigualdad. Encontramos que la “pérdida”

de desarrollo humano atribuible a la desigualdad alcanza el 26% a nivel nacional en México. De este modo, la reducción de la desigualdad tendrá por sí misma un efecto significativo en el nivel de desarrollo humano.

## Referencias

Akder, A. Halis (1994): "A Means to Closing Gaps: Disaggregated Human Development Index", Human Development Report Office Occasional Paper 18. New York: United Nations Development Programme.

Anand, Sudhir and Amartya K. Sen (1994): "Human Development Index: Methodology and Measurement", Human Development Report Office Occasional Paper 12. New York: United Nations Development Programme.

Anand, Sudhir and Amartya Sen (1995): "Gender Inequality in Human Development: Theories and Measurement", Human Development Report Office Occasional Paper 19. New York: United Nations Development Programme.

Anand, Sudhir and Amartya K. Sen (2000): "The Income Component of the Human Development Index", *Journal of Human Development*, Vol. 1, No. 1, pp. 83-106.

Atkinson, Anthony B. (1970): "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, Vol. 2, No. 3, September, 244-263.

Bardhan, Kalpana and Stephan Klasen (1999): "UNDP's Gender-Related Indices: A Critical Review", *World Development*, Vol. 27, pp. 985-1010.

Brandolini A, D«Alessio G. (1998). Measuring well-being in the functioning space. Mimeo Banca D«Italia, Roma.

Chakravarty, Satya R. (2003): "A Generalized Human Development Index", *Review of Development Economics*, Vol. 7(1), pp. 99-114.

Foster, James E. (1985): "Inequality Measurement" in *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics* (H. P. Young, ed.), American Mathematical Society.

Foster, James E., Joel Greer, and Erik Thorbecke (1984): "A Class of Decomposable Poverty Measures", *Econometrica*, Volume 52, May, pp. 761-766.

Foster, James E. and Amartya Sen (1997): “On Economic Inequality: After a Quarter Century”, in Sen (1997).

Foster, James E. and Artyom A. Shneyerov (1999): “A General Class of Additively Decomposable Inequality Measures”, *Economic Theory*, Volume 14, pp. 89-111.

Foster, James E. and Artyom A. Shneyerov (2000): “Path Independent Inequality Measures”, *Journal of Economic Theory*, Volume 91, April, pp. 199-222.

Foster, James E. and Anthony F. Shorrocks (1991): “Subgroup Consistent Poverty Indices”, *Econometrica*, Volume 59, May, pp. 687-710.

Foster, James E. and Miguel Székely (2002): “Is Economic Growth Good for the Poor? Tracking Low Incomes Using General Means”, mimeo.

Hardy, G., Littlewood, J. E., and Pólya, G. (1952). *Inequalities* (second edition). Cambridge: Cambridge University Press.

Hicks, D. A. (1997), “The Inequality-Adjusted Human Development Index: A Constructive Proposal”, *World Development*, 25, pp. 1283-1298.

Jahan, Selim (2002): “Measuring Living Standard and Poverty: Human Development Index as an Alternative Measure”

Kelley, Allen C. (1991): “The Human Development Index: ‘Handle with Care’”, *Population and Development Review*, Vol. 17, Is. 2, June, pp. 315-324.

Kolm, Serge-Christophe (1969): “The Optimal Production of Social Justice”, in (eds.) J. Margolis and H. Guitton, *Public Economics*. London: Macmillan.

Kolm, Serge-Christophe (1977): “Multidimensional Egalitarianisms”, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 91, issue 1, pp. 1-13.

Ravallion, Martin. (1997): “Good and Bad Growth: The Human Development Reports”. *World Development*, Vol. 25, issue 5, May, pp.631-638.

Sen, Amartya K. (1997): *On Economic Inequality* (Enlarged Edition). Oxford: Clarendon Press.

Sen, Amartya K. (1999): *Development as Freedom*. New York: Knopf.

Shorrocks, Anthony F. (1983): "Ranking Income Distributions", *Economica*, Vol. 50.

Srinivasan, T. N. (1994): "Human Development: A New Paradigm or Reinvention of the Wheel?", *American Economic Review, Papers and Proceedings*, Vol. 84, Is. 2, May, pp. 238-243.

Streeten, Paul (1994): "Human Development: Means and Ends", *American Economic Review, Papers and Proceedings*, Vol. 84, Is. 2, May, pp. 232-237.

Villar, Antonio (2001): "The Welfare Evaluation of Primary Goods: A Suggestion", Institute for Advanced Studies Economics Series Number 98: Vienna: Institute for Advanced Studies.



“Medición de la distribución del desarrollo humano: metodología y su aplicación al caso de México”, de James E. Foster, Luis F. López-Calva y Miguel Székely, serie: *Documentos de Investigación*, 11 se terminó de imprimir en agosto de 2004.

El tiraje consta de 2,000 ejemplares.

**Contigo  
es posible**



SECRETARÍA DE  
DESARROLLO  
SOCIAL

**SEDESOL**